Zbulimi i ekzoplanetëve përmes spektroskopisë

Shembull: 51 Pegasus b

Konteksti

Një ekzoplanet është një planet që rrotullohet rreth një ylli tjetër, jashtë Sistemit Diellor. Një nga metodat për të zbuluar ekzoplanetë është matja me saktësi të lartë e shpejtësisë radiale të yllit (d.m.th. shpejtësisë së tij sipas drejtimit të vrojtimit) si funksion i kohës.

Prania e një shoqëruesi (planeti) rreth yllit shkakton lëvizje periodike të yllit rreth qendrës së gravitetit të sistemit yll-planet. Kjo është një metodë indirekte, ku matet efekti që ka planeti mbi lëvizjen e yllit. Shpejtësia radiale e yllit llogaritet nga zhvendosja e vijave spektrale të yllit për shkak të efektit Doppler-Fizeau; kjo është një metodë spektroskopike.

Ekzoplaneti i parë i zbuluar rreth një ylli të ngjashëm me Diellin, 51 Peg b, u identifikua në vitin 1995 nga një ekip studiuesish zviceranë, duke përdorur metodën e shpejtësisë radiale, të njohur edhe si velocimetria Doppler.

Qëllimet e këtij aktiviteti janë të kuptohet metoda e zbulimit të ekzoplanetëve duke matur ndryshimet në shpejtësinë radiale të yllit; të mësohet se si të nxirren disa veti të planetit nga këto matje; të kuptohen kufizimet e kësaj metode.

Objektivat

Qëllimi i këtij aktiviteti është të kuptohet metoda e përdorur për të zbuluar ekzoplanetët duke matur ndryshimet në shpejtësinë radiale të yllit. Gjithashtu, do të tregohet se si mund të nxirren disa veti të planetit nga këto matje. Së fundmi, do të diskutojmë kufizimet e kësaj metode.

Kjo veprimtari përfshin:

- Analizimin e të dhënave spektroskopike të yllit 51 Peg për të nxjerrë periodën orbitale dhe amplitudën maksimale të shpejtësisë së yllit në orbitë;
- Përcaktimin e distancës së planetit 51 Peg b nga ylli i tij dhe masës së tij nga analiza e mësipërme;
- Diskutimin mbi kufizimet e metodës spektroskopike për zbulimin e ekzoplanetëve.

Konceptet që mbulohen

- Spektroskopia
- Spektri yjor
- Gjatësitë valore
- Efekti Doppler-Fizeau
- Ligjet e Keplerit
- Ligji i gravitetit
- Sistemi binar
- Lëvizja rrethore uniforme
- Funksioni sinusoidal

Të dhëna numerike

(SI – Sistemi Ndërkombëtar: metër, kilogram, sekondë)

Konstante fizike

- Konstantja gravitacionale: G = 6.67 × 10^{-11} SI
- Shpejtësia e dritës: c = 299,792,458 m/s

Madhësi astrofizike

- Masa e Diellit: $M_{\odot}$ = 2x10^{30} kg
- Njësia astronomike: 1 a.u. (AU) = 1.5 × 10^{11} m
- Masa e Jupiterit: M_J = 2x10^{27}kg
- Perioda e rrotullimit të Jupiterit rreth Diellit: 12 vjet
- Masa e Tokës: M_T = 6 × 10^{24} kg
- Perioda e rrotullimit të Saturnit rreth Diellit: 30 vjet

Plani mësimor

1 Sistemi yll-planet

Në një sistem binar, i përbërë këtu nga një yll dhe një planet, të dy trupat rrotullohen rreth qendrës së gravitetit të sistemit.

Edhe nëse kjo qendër është shumë afër qendrës së yllit, ylli gjithsesi lëviz periodikisht. Kjo lëvizje manifestohet përmes variacioneve të shpejtësisë radiale të yllit (d.m.th. projeksioni i shpejtësisë së yllit në drejtim e vrojtimit– shih Figurën 1).

Do të përpiqemi të zbulojmë këto variacione përmes ndikimit që ato kanë mbi spektrin e yllit. Kur ylli lëviz rreth qendrës së gravitetit të sistemit, shpejtësia e tij herë është e drejtuar nga ne, herë në drejtim të kundërt. Kur ylli afrohet, drita zhvendoset drejt ngjyrës blu; kur largohet, zhvendoset drejt ngjyrës së kuqe — ky është efekti Doppler-Fizeau.

Kështu, në spektrin e yllit ne do të masim zhvendosjen Δλ drejt blusë ose të kuqes të gjatësive valore të vijave spektrale që i përkasin elementëve kimikë me gjatësi valore të njohur nga matjet laboratorike, λ_{lab}. Prej kësaj zhvendosjeje, mund të nxjerrim shpejtësinë radiale të yllit, v, sipas formulës:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{v}{c}$$

Shiko Figurën 1 për një shpjegim grafik të metodës.

Shpejtësia radiale e yllit në orbitën e tij rreth qendrës së gravitetit ka formën e një funksioni sinusoidal:

$$v_{yll} = V \cdot \sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \varphi\right)$$

ku: V është amplituda e shpejtësisë radiale, t është koha, T është perioda e sinusoidit (d.m.th. perioda e rrotullimit të planetit rreth yllit, e barabartë me atë të yllit rreth qendrës së gravitetit) dhe φ është faza.

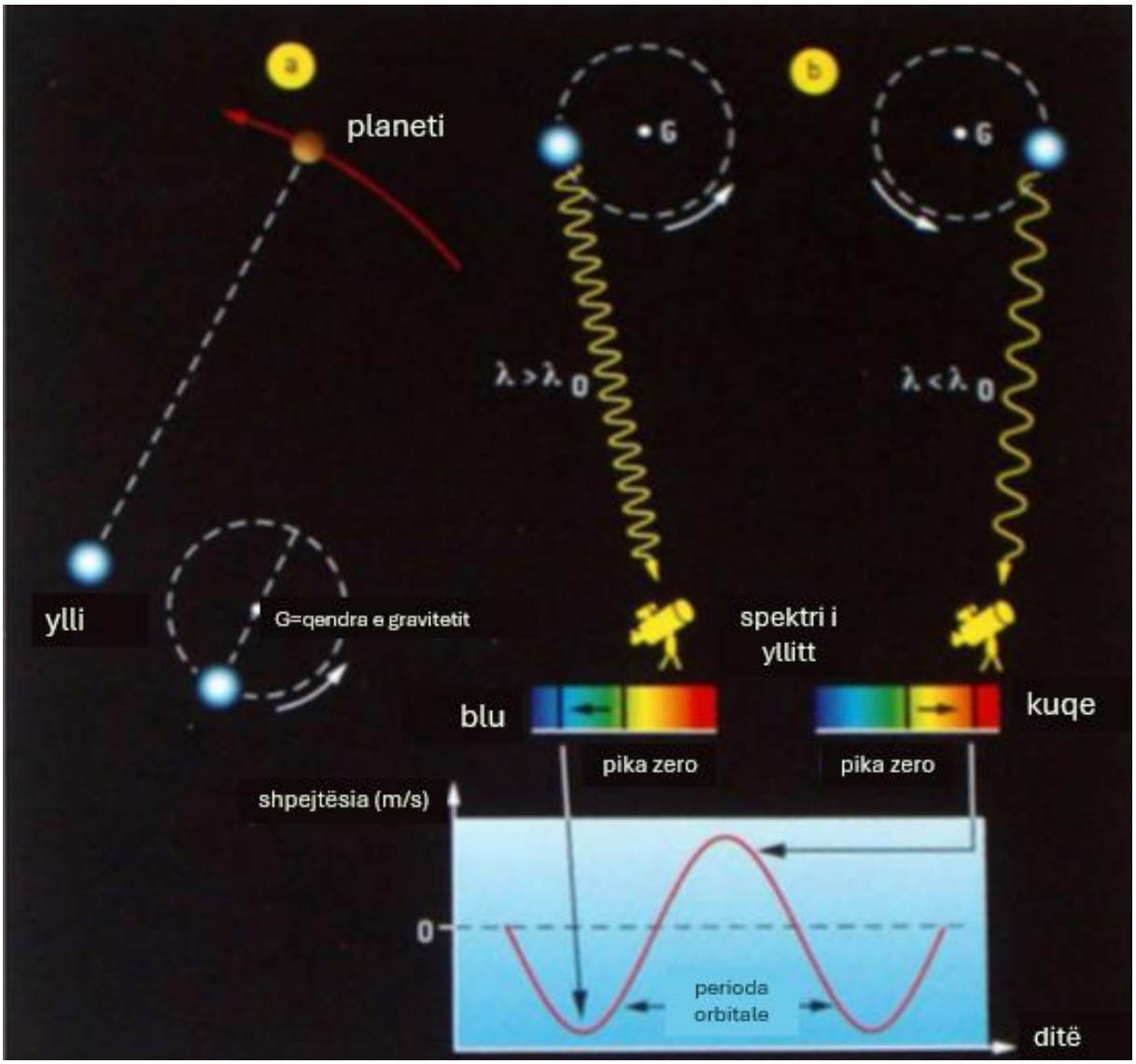


Figura 1: Tregon si funksionon metoda spektroskopike për zbulimin e ekzoplanetëve. (a) Planeti rrotullohet rreth yllit të tij; më saktë, planeti dhe ylli rrotullohen rreth **G**, qendrës së gravitetit të sistemit planet-yll. (b) Efekti Doppler mundëson që një vëzhgues tokësor të zbulojë lëvizjet e yllit. Këto lëvizje zakonisht shkaktohen nga një planet mjaft i madh ose një grup planetësh. Zhvendosjet e njëpasnjëshme drejt ngjyrës blu dhe të kuqes, karakteristike për yjet të ndikuar nga prania e një shoqëruesi orbitues, mund të paraqiten si një kurbë sinusoïdale.

Pyetja1:

Në kurbën e kuqe në fund të Figurës 1, tregoni cilat pjesë të saj përfaqësojnë rastet kur ylli është më afër Tokës, më larg Tokës, dhe pozicionet ndërmjet.

2 Analiza e të dhënave spektroskopike që çuan në zbulimin e 51 Peg b

51 Peg b është ekzoplaneti i parë i zbuluar rreth një ylli të ngjashëm me Diellin. Ai u zbulua në vitin 1995 nga një ekip studiuesish zviceranë, M. Mayor dhe D. Queloz. Ata përdorën spektrografin ELODIE, të lidhur me teleskopin me diametër 193 cm në Observatorin e Haute-Provence në Francë. Kjo pajisje u mundësoi të zbulojnë ndryshime të vogla në trajektoren e yllit, të shkaktuara nga prania e një planeti.

Figura 2 paraqet spektrin real të yllit 51 Peg, të marrë me spektrografin ELODIE më 6 nëntor 1995.

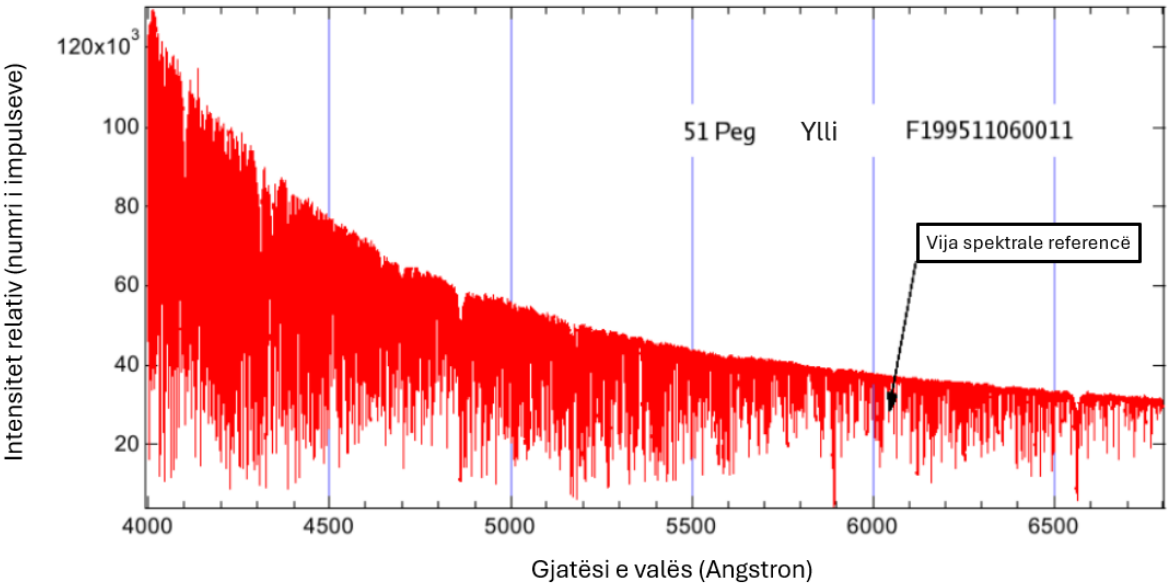


Figura 2: Spektri i yllit 51 Peg, i marrë me spektrografin ELODIE të teleskopit me diametër 193 cm në Observatorin e Haute-Provence më 6 nëntor 1995.

Variacionet e shpejtësisë radiale llogariten duke përdorur formulën e zhvendosjes Doppler:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{ref}} = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{ref}}{\lambda_{ref}} = \frac{\Delta v_{obs}}{c}$$

λ_{ref} është gjatësia e valës së një vije në spektrin e yllit, e njohur si vijë referuese dhe λ_{obs} është gjatësia e valës e së njëjtës vijë në spektrin e vëzhguar (λ_{lab} zëvendësohet me λ_{ref}, sepse këtu nuk po llogarisim shpejtësinë absolute (v), por variacionin e shpejtësisë (Δv)).

Për të gjetur variacionet në shpejtësinë radiale të yllit të shkaktuara nga prania e një planeti, Δv_{obs} korrigjohet duke zbritur shpejtësinë radiale të Tokës, të shkaktuar nga rrotullimi i saj rreth boshtit të saj dhe rreth Diellit, të projektuar në drejtim të yllit. Kjo shënohet si $v_{Tokë}$:

$$\Delta v = \Delta v_{obs} - v_{Tokë}$$

$v_{Tokë}$ është rreth 20 km/s.

Δv llogaritet për çdo vijë në spektrin e yllit. Pastaj, variacionet e shpejtësisë radiale për të gjitha vijat mesatarizohen. Variacionet e përftuara të shpejtësisë radiale ($< \Delta v >$) për yllin 51 Peg janë matur nga

dy astronomë amerikanë, Butler & Marcy (rezultate të njëta me ato të Mayor & Queloz) dhe paraqiten në Tabelën 1.

Pyetje:

1. Vizato kurbën e variacioneve të shpejtësisë radiale, < Δv >, si funksion i kohës (në ditë) në Figurën 3, duke përdorur të dhënat nga Tabela 1.
2. Vendos pikat e kësaj kurbe në një fletë transparente.
3. Krahaso kurbën në letrën transparente me dy kurbat që përfaqësojnë dy funksione sinusoidale të ndryshme (Figura 4 dhe Figura 5). Cila prej tyre përputhet më mirë me të dhënat?
4. Mat periodën T (në ditë) dhe amplitudën K (në m/s) të funksionit sinusoidal që përfaqëson më saktë të dhënat.

Koha *t* (ditë)	**Shpejtësia < Δ*v* > (m/s)**		**Koha *t* (ditë)**	**Shpejtësia < Δ*v* > (m/s)**
2.67365	-40.87		23.6448	-37.30
2.80873	-46.96		23.6904	-31.35
2.95979	-47.39		23.7258	-42.57
3.62695	-19.85		24.6391	-33.47
3.73265	-13.47		24.7261	-27.46
3.90077	-5.782		24.8174	-22.70
4.60753	49.41		25.6226	45.34
4.78429	58.66		25.7145	47.61
4.90699	63.20		25.7615	56.15
5.60503	45.60		26.6176	65.32
5.92544	17.88		26.6508	69.63
11.6443	-45.50		26.7020	62.54
11.8378	-38.98		26.7366	50.86
12.6355	27.27		27.6474	-22.66
12.8664	32.45		27.6893	-22.55
13.6242	63.38		27.7399	-31.82
13.8295	54.78		27.7721	-31.72
14.6428	-1.340		28.6061	-44.12
14.7229	-5.477		28.6556	-33.59
14.8161	-10.73		28.7019	-37.10
14.9043	-26.29		28.7450	-39.13
15.6261	-50.68		28.7799	-35.32
15.7467	-45.78		29.6093	25.09
15.8654	-57.54		29.7001	35.69
16.6149	10.56		29.7468	41.17
16.7592	12.91		30.6004	61.33
16.8474	16.40		30.6454	58.98
17.7341	63.64		30.6930	63.07
17.8442	60.48		30.7402	56.86
18.6161	26.29		30.8334	50.98
18.7648	5.988		31.6619	-2.545
18.8540	-7.798		31.7052	0.7633
19.6218	-43.62		31.7492	-4.599
19.7325	-59.45		32.6045	-38.53
19.8473	-58.60		32.6479	-48.68
20.6137	-20.22		32.6943	-38.84

20.7401	-8.064		33.6073	2.696
20.8543	5.596		33.6527	11.46
21.6151	56.41		33.6982	14.02
21.6620	59.26		33.7331	17.55
21.7063	66.78		35.5970	19.74
23.5986	-35.13			

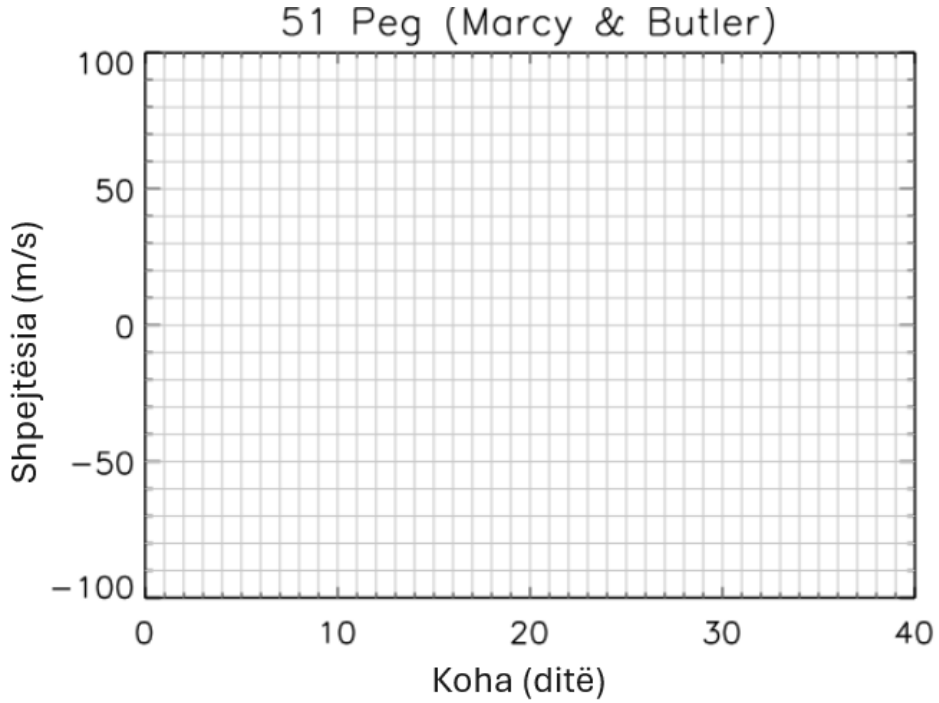


Figura 3: Variacionet e shpejtësisë radiale të yllit 51 Peg si funksion i kohës.

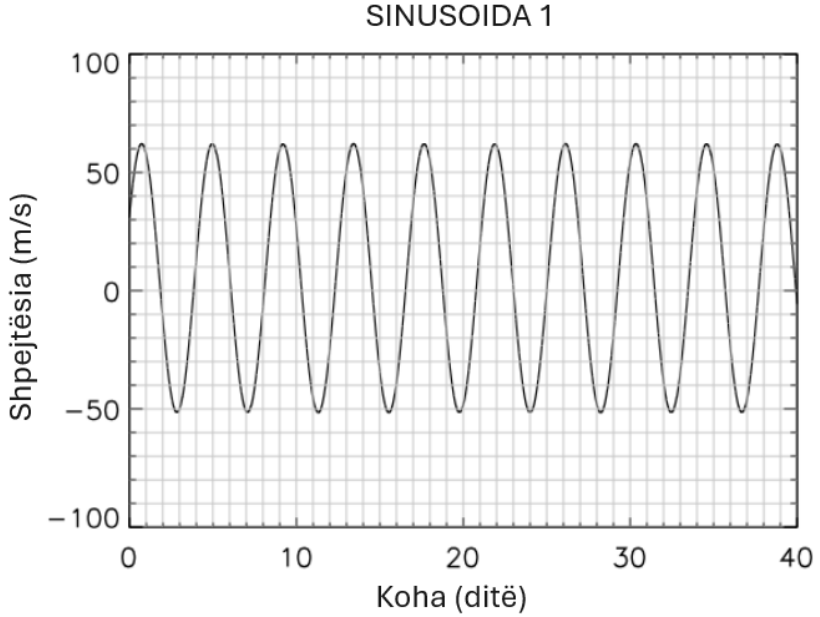


Figura 4: Funksioni sinusoidal reference #1

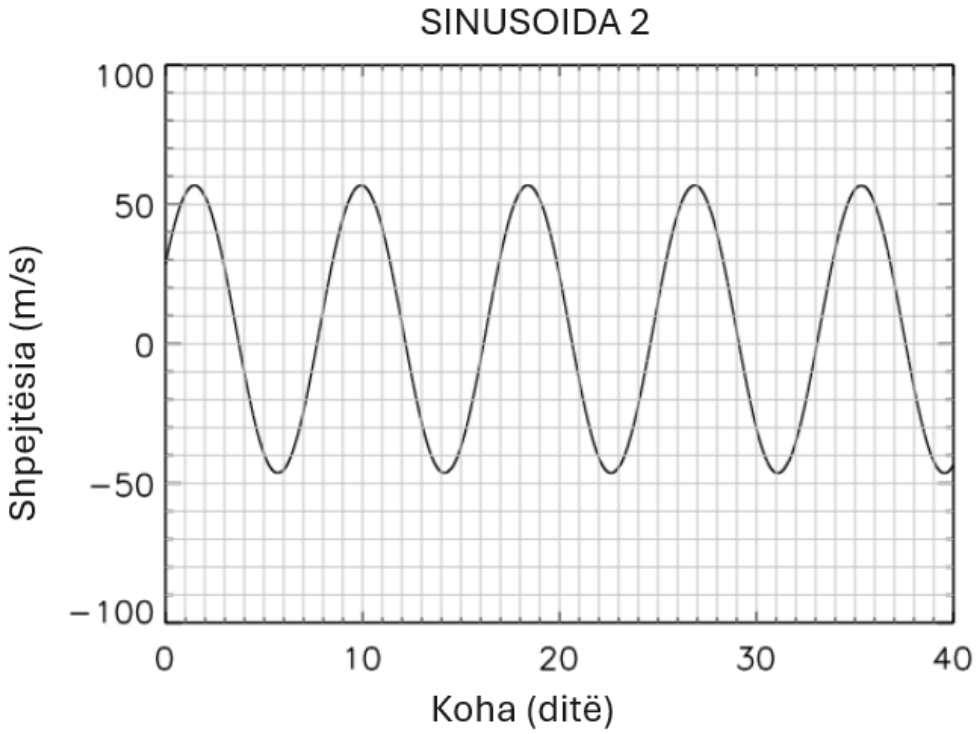


Figura 5: Funksioni sinusoidal reference #2

3 Parametrat e ekzoplanetit

Tani do të vlerësojmë masën e planetit dhe largësinë e tij nga ylli. Ne do ta konsiderojmë sistemin e përbërë nga ylli dhe planeti si të izoluar.

Ligjet e Keplerit

Tre ligjet e Keplerit përshkruajnë lëvizjen e planetëve rreth yllit të tyre. Ato vendosin marrëdhënien midis periodës orbitale dhe largësisë yll-planet. Këto ligje janë të vlefshme në një referencë heliocentrike, e cila supozohet të jetë Galileane.

Kujtesa teorike:

- Sistemi referues Galilean: Një sistem referues Galilean është ai në të cilin një trup i izoluar (mbi të cilin nuk vepron asnjë forcë, ose ku rezultantja e forcave është zero) është ose në qetësi, ose në lëvizje drejtvizore të njëtrajtshme në lidhje me këtë sistem. Kjo do të thotë se parimi i inercisë, i formuluar në Ligjin e Parë të Njutonit, zbatohet.

- Parimi i inercisë: Në një sistem referues Galilean, vektori i shpejtësisë së qendrës së inercisë së një sistemi është konstant, vetëm nëse shuma e forcave që veprojnë mbi sistemin është zero.

Ligji i parë i Keplerit: Ligji i orbitave

Të gjithë planetët përshkruajnë një trajektore eliptike, me Diellin të vendosur në njërin nga vatrat (F në Figurën 6).

Kujtesë mbi elipsat (Figura 7):

- **AC = 2a**: boshti i madh
- **BD**: boshti i vogël
- **O**: qendra e elipsit
- **F dhe F'**: vatrat
- **a**: gjatësia e gjysmëboshtit të madh
- **b**: gjatësia e gjysmëboshtit të vogël
- **c**: largësia nga qendra deri tek vatra
- **e**: jashtëqendërsia = c/a

Për një elips, jashtëqendërsia është gjithmonë midis 0 dhe 1. Shih Figurën 8 për disa shembuj elipsash me jashtëqendërsi të ndryshme.

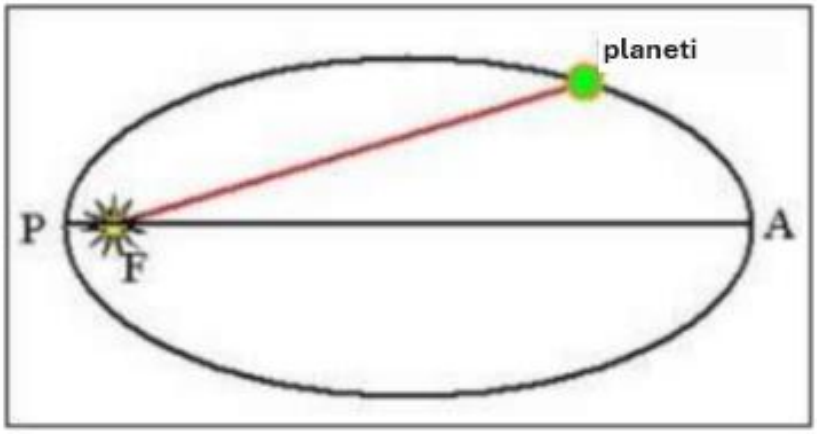


Figura 6: Dielli ndodhet në vatrën F. Pika P, periheli, është pika më e afërt me Diellin. Pika A, afeli, është pika më e largët nga Dielli. Koha që i duhet një planeti për të përshkuar një rreth të plotë eliptik quhet periodë orbitale.

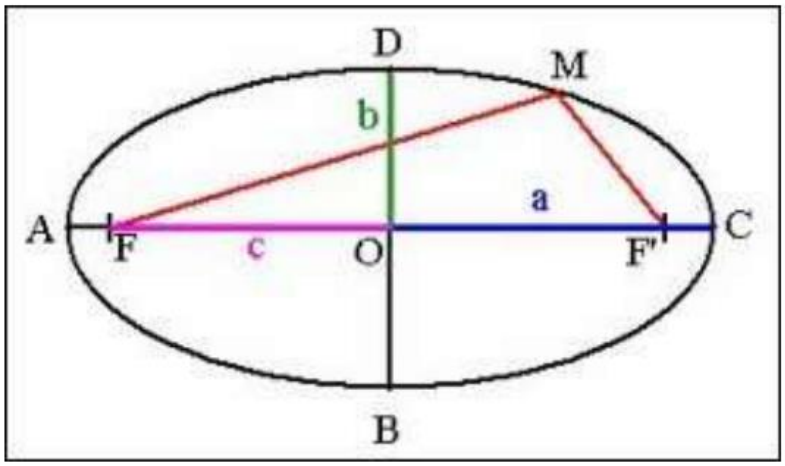


Figura 7: Elipsi është bashkësia e pikave M në plan, për të cilat shuma e largësive nga dy pika fikse në të njëjtin plan (F dhe F') është një vlerë konstante:: MF+MF'=2a. Dy pikat fikse F dhe F' quhen vatra të elipsit. Shënim: Një rreth mund të konsiderohet si një elips ku të dyja vatrat ndodhen në të njëjtin vend.

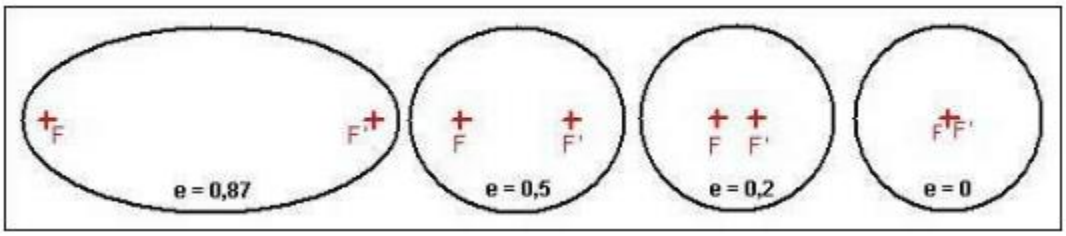


Figura 8: Sa më e vogël të jetë jashtëqendërsia, aq më shumë elipsi i ngjan një rrethi.

Ligji i dytë i Keplerit: Ligji i sipërfaqeve
Segmenti i drejtë që lidh qendrat e yllit dhe planetit përshkon sipërfaqe të barabarta gjatë intervaleve të barabarta kohore (shih Figurën 9).

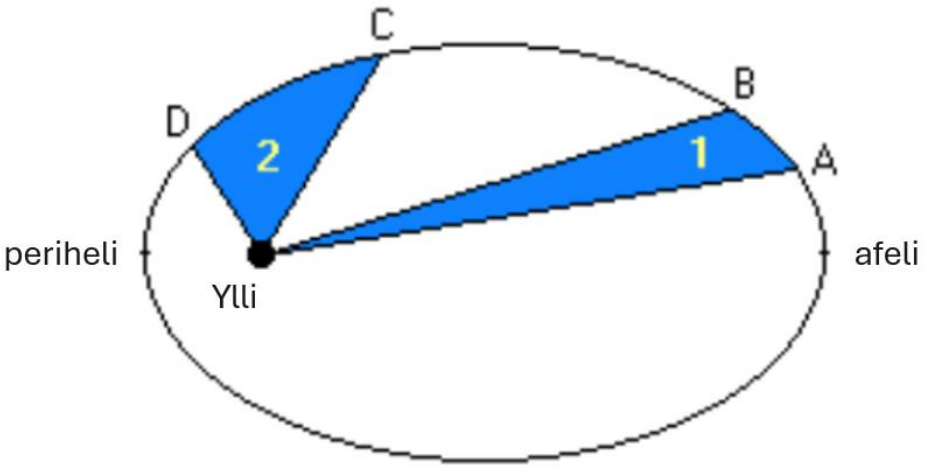


Figura 9: Ligji i dytë i Keplerit. Sipërfaqja 1 është e barabartë me sipërfaqen 2 dhe harqet AB dhe CD, megjithëse kanë gjatësi të ndryshme, përshkohen në të njëjtën kohë. Si pasojë, shpejtësia e planetit në orbitën e tij nuk është konstante: sa më afër Diellit të jetë planeti, aq më e madhe është shpejtësia e tij (maksimale në perihel, minimale në afel).

Ligji i tretë i Keplerit: Ligji i periodave
Raporti midis katrorit të periodës orbitale (T) të një planeti rreth yllit të tij dhe kubit të gjatësisë së gjysmëboshtit të madh të orbitës eliptike është konstant:

$$\frac{T^2}{a^3} = C = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_{yll}}$$

ku: **C** është një konstante që varet vetëm nga masa e yllit.

Zbatim i ligjit të tretë të Keplerit: largësia yll-planet
Duke përdorur ligjin e tretë të Keplerit, mund të llogarisim largësinë midis planetit dhe yllit, duke ditur që masa e yllit 51 Peg a është $0.95M_{\odot}$. Rezultati do të jepet në njësi astronomike (AU).

Zbatim i ligjit të tretë të Keplerit: masa e ekzoplanetit
Siç pamë në seksionin 1, shpejtësia radiale e matur e yllit ka formën:

$$v_{yll} = V \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right)$$

Lidhja midis shpejtësisë radiale të matur dhe shpejtësisë reale të yllit në orbitë është:

$$v_{rad}(t) = v_{yll}(t) \sin i$$

ku: i është këndi midis pingules mbi planin e orbitës së sistemit yll-planet dhe vijës së shikimit (shih Figurën 10). Vëzhguesi sheh vetëm projeksionin e shpejtësisë së yllit në drejtim të vijës së shikimit.

Tani do të përpiqemi të përcaktojmë shprehjen për: $K = V \sin i$, ku K është amplituda e shpejtësisë radiale v_{rad}, të matur nga kurba e variacionit të shpejtësisë. Pikërisht nga vlera e K mund të vlerësojmë masën e planetit.

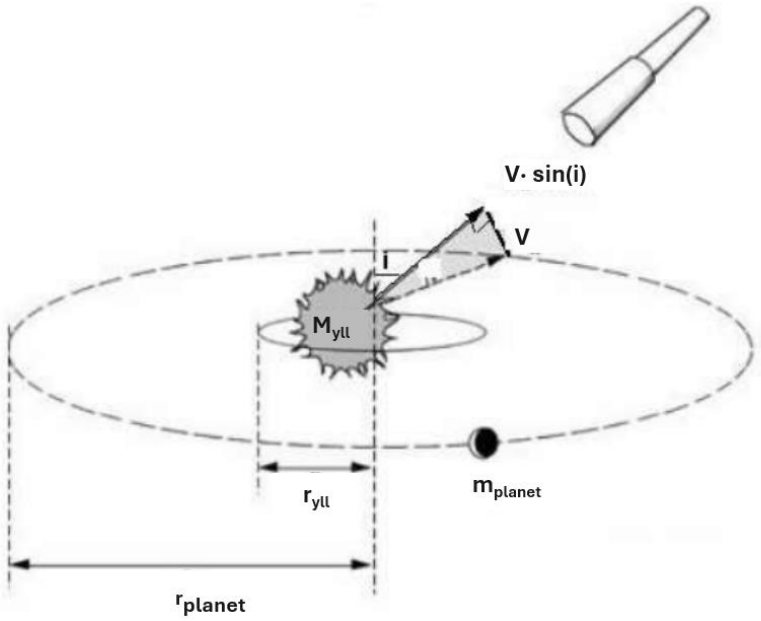


Figura 10: Përkufizimi i këndit *i*, që është këndi midis pingules mbi planin e orbitës së sistemit yll-planet dhe boshtit të vijës së shikimit.

Pyetje

- Vendosni marrëdhënien midis masave të planetit dhe yllit (M_{yll} dhe m_{planet}) dhe largësive të tyre nga qendra e gravitetit G (r_{yll} dhe r_{planet}). Ne do të përdorim përkufizimin e qendrës së gravitetit të sistemit.
- Zhvilloni shprehjen për shpejtësinë e yllit, V, si funksion i m_{planet}, M_{yll}, T dhe a, ku a është largësia midis yllit dhe planetit. Do të supozohet se ylli përkon me qendrën e gravitetit, prandaj $r_{planet} \approx a$.
- Përdorni ligjin e tretë të Keplerit për të përcaktuar shprehjen për $m_{planet} \cdot sin(i)$ si funksion i K, M_{yll} dhe T. Masa e planetit do të neglizhohet në krahasim me atë të yllit.
- Llogaritni $m_{planet} \cdot sin(i)$ për planetin 51 Peg b. Rezultati do të jepet në njësi të masës së Jupiterit.

Duke përdorur këtë metodë, e cila bazohet në variacionet e shpejtësisë radiale të yllit, ne nuk mund të përcaktojmë *masën reale të planetit* m_{planet}, por vetëm $m_{planet} \cdot \sin(i)$, ku *i* është këndi me të cilin e shohim planin orbital. Masa reale e planetit varet nga këndi i vrojtimit, i cili nuk është gjithmonë i njohur (shih Figurën 10).

Prandaj, ne marrim një vlerë më të ulët për masën e planetit, d.m.th. masa e planetit nuk mund të jetë më e vogël se vlera e gjetur.

4 Kufizimet e metodës së zbulimit të ekzoplanetëve me spektroskopi

Pyetje:

- Llogaritni shpejtësinë V të Diellit tonë**,** të perturbuar nga:

  1. Jupiteri
  2. Toka
- Në vitin 1995, saktësia e instrumenteve ishte rreth 15 m/s. A mund të zbuloheshin planetë tokësorë në të njëjtën largësi nga ylli si planetët tokësorë në Sistemin Diellor? Po për planetët gjigantë?
- Sot, saktësia e instrumenteve është rreth 1 m/s (p.sh. spektrografi HARPS, i instaluar në teleskopin ESO 3.60 m në La Silla, Kili). A mund të zbulohen tani planetë tokësorë si ata në Sistemin Diellor?
- Pse një planet si Saturni në Sistemin Diellor nuk mund të zbulohet para vitit 2025?
- Kjo metodë zbulimi ka njëanshmëri. Ajo favorizon zbulimin e planetëve me cilësi të veçanta. Cilat janë këto cilësi?

Referenca:

- Mayor M., & Queloz D., 1995, Nature, Vol. 378, p. 355.
- “Lumières sur l’Univers” https://ufe.obspm.fr/formations/diplomes-d-universite/du-lu-lumieres-sur-l-univers/article/presentation-generale